

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Беломестненская средняя общеобразовательная школа Новооскольского района
Белгородской области»**

Комплект контрольно-измерительных материалов

по математике

11 класс ФГОС (углубленный)

Составитель: _____,

учитель математики Цапкова Н.М.

2023 год

Примерные контрольные работы

Алгебра 11 класс

Раздел	Контрольные работы
1. Тригонометрические функции	К.р. №1
2. Производная и ее геометрический смысл	К.р. №3
3. Применение производной к исследованию функции	К.р. №4
4. Первообразная и интеграл	К.р. №6
5. Комбинаторика	К.р. №7
6. Элементы теории вероятностей	К.р. №8
7. Комплексные числа	К.р. №10
8. Итоговое повторение	К.р. №11 (итоговая)
Итого	8

Геометрия 11 класс

Раздел	Контрольные работы
1. Цилиндр, конус и шар	К.р. №2
2. Объемы тел	К.р. №5
3. Векторы в пространстве	
4. Метод координат в пространстве. Движения	К.р. №9
5. Заключительное повторение при подготовке к итоговой аттестации по геометрии	К.р. №12 (итоговая)
Итого	4

Контрольная работа №1

Тригонометрические функции

Вариант 1

1. Построить график функции $y=\cos 2x$ и найти ее промежутки возрастания
2. С помощью графика функции выяснить, сколько корней имеет уравнение $\cos 2x = x^{\frac{-3}{2}}$
3. Доказать, что функция $y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3} x$ периодическая с наименьшим положительным периодом $T = \frac{3\pi}{2}$ и найти ее область определения
4. Выяснить, является ли функция $y = 3\sin x - 2\cos x$ четной или нечетной, и найти множество ее значений
5. Построить график функции $y = \frac{1}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$

Вариант 2

1. Построить график функции $y = \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$ и найти ее промежутки убывания
2. С помощью графика функции выяснить, сколько корней имеет уравнение $\sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \sqrt[3]{x}$
3. Доказать, что функция $y = \operatorname{tg} 4x$ периодическая с наименьшим положительным периодом $T = \frac{\pi}{4}$ и найти ее область определения
4. Выяснить, является ли функция $y = 3\sin^2 x + \cos 2x$ четной или нечетной, и найти множество ее значений
5. Построить график функции $y = 2 \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) + 1$

Контрольная работа №2

Цилиндр, конус и шар

Вариант 1

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите:
 - а) площадь боковой поверхности конуса;
 - б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .
3. Диаметр шара равен 2м. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и этой плоскости.

Вариант 2

1. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в 120° . Высота цилиндра равна 5 см, радиус основания равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь сечения.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите:
 - а) площадь боковой поверхности конуса;
 - б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .
3. Сечение шара плоскостью, находящейся от его центра на расстоянии 3 см, имеет радиус 4 см. Найдите площадь сферы.

Контрольная работа №3

Производная и ее геометрический смысл

Вариант 1

1. Найти производную функции
 - 1) $\frac{2}{x^5} - 3\sqrt[4]{x^3}$
 - 2) $(\frac{x}{3} + 5)^9$
 - 3) $e^x \cos x$
 - 4) $\frac{\ln x}{1-x}$

2. Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \log_2(x^2 + 3)$, $x_0 = 1$
3. Записать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sin x - 3x + 2$, $x_0 = \pi$
4. Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = e^x x^{-2}$ положительны
5. Найти точки графика функции $y = f(x)$, в которых касательная к нему имеет заданный угловой коэффициент k , если $f(x) = \sqrt{5x + 1}$, $k = \frac{5}{8}$
6. Найти все значения a , при которых неравенство $f'(x) > 0$ не имеет действительных решений, если $f(x) = \frac{a}{3}x^3 + 2x^2 - x + 5$

Вариант 2

1. Найти производную функции
 - 1) $2\sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{x^6}$
 - 2) $(13 + \frac{x}{5})^{10}$
 - 3) $e^x \sin x$
 - 4) $\frac{2-x}{\ln x}$
2. Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 3^{x^3-1}$, $x_0 = 1$
3. Записать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 4x - \cos x + 1$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = x^2 e^{-x}$ отрицательны
5. Найти точки графика функции $y = f(x)$, в которых касательная к нему имеет заданный угловой коэффициент k , если $f(x) = \sqrt{3x + 1}$, $k = \frac{3}{8}$
6. Найти все значения a , при которых неравенство $f'(x) < 0$ не имеет действительных решений, если $f(x) = \frac{a-4}{3}x^3 + x^2 - x - 4$

Контрольная работа №4

Применение производной к исследованию функций

Вариант 1

1. Установить, при каких значениях a функция $f(x) = e^{-2x} - ax$ убывает на всей области определения
2. Найти асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$
3. Построить график функции $f(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$

4. Найти высоту конуса наименьшего объема, описанного около цилиндра с высотой h (оси цилиндра и конуса совпадают).
5. Построить график функции $f(x) = \frac{x}{2} - \sin x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Вариант 2

1. Установить, при каких значениях a функция $f(x) = ax - e^{-3x}$ возрастает на всей области определения
2. Найти асимптоты графика функции
$$f(x) = \frac{x^2+5}{x-1}$$
3. Построить график функции $f(x) = \frac{x^2+5}{x-1}$
4. Найти высоту правильной четырехугольной призмы наибольшего объема, вписанной в конус с высотой H (плоскости оснований призмы и конуса совпадают)
5. Построить график функции $f(x) = \frac{x}{2} - \cos x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Контрольная работа №5

Объемы тел

Вариант 1

1. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите объем пирамиды.
2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как $17 : 10 : 9$, а боковое ребро равно 16 см. Найдите стороны основания пирамиды, если площадь её боковой поверхности составляет 1152 см^2 .
3. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна 9 м^2 . Найдите объем конуса.
4. Чему равен объем шарового сектора, если радиус окружности основания равен 60 см, а радиус шара 75 см?

Вариант 2

1. Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см. Найдите объем пирамиды, если боковая грань составляет с плоскостью основания угол 45° .
2. Образующая конуса равна l , а длина окружности основания равна C . Найдите объем конуса.
3. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объем общей части шаров к объему одного шара?

Контрольная работа №6

Первообразная и интеграл

Вариант 1

1. Найти первообразную для функции $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4})$, если $F(\frac{\pi}{12}) = 1$
2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = t^2 - 2t + 3$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t = 1$ до $t = 3$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 3$, $y = x^2 - 12x + 35$, $y = 8$
4. Вычислить интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2(x - \frac{\pi}{6}) dx$

Вариант 1

1. Найти первообразную для функции $f(x) = \frac{2}{x-3} + \sqrt{2x-7}$, если $F(4) = \frac{2}{3}$
2. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = t^2 + t - 2$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t = 2$ до $t = 5$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x - x^2$, $y = -x^2 + 14x - 40$, $y = 9$
4. Вычислить интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(x + 8) dx$

Контрольная работа №7

Комбинаторика

Вариант 1

1. Найти $P_7 - \bar{A}_2^6 + \frac{A_9^3}{C_{10}^2}$
2. Сколькими способами из числа 15 учащихся класса можно выбрать культорга и казначея?
3. Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7 таким образом, чтобы все цифры в числах были различны?
4. Сколько существует различных кодов, состоящих из двузначного числа, цифры которого выбираются из цифр 1, 2, 3, и следующего за ним трехбуквенного слова, буквы которого выбираются из гласных букв русского алфавита? (Цифры и буквы в коде могут повторяться)
5. Записать разложение бинома $(2 - \frac{c}{2})^5$
6. Используя свойства числа сочетаний, найти $C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$

Вариант 2

1. Найти $\frac{P_8}{A_7^5} + C_6^4 - \overline{A_3^4}$
2. Сколькими способами из 7 детей ясельной группы можно посадить на 7 стульях?
3. Сколькими способами можно составить набор из 5 карандашей, выбирая их из 8 имеющихся карандашей восьми различных цветов?
4. Шифр сейфа образуется из двух чисел. Первое, двузначное число, образуется из цифр 1, 2, 3, 4 (цифры в числе могут повторяться). Второе, трехзначное число, образуется из цифр 7 и 6. Сколько различных шифров можно использовать в таком сейфе ?
5. Записать разложение бинома $(3a - \frac{1}{3})^4$
6. Используя свойства числа сочетаний, найти $C_{11}^9 - C_{10}^8$

Контрольная работа №8

Элементы теории вероятностей

Вариант 1

1. В вазе лежат 7 яблок и 4 груши. Не глядя из вазы последовательно берут 2 фрукта, не возвращая их обратно. Какова вероятность того, что второй извлечена груша, при условии, что первой также была извлечена груша?
2. В ящике лежат 15 красных и 5 синих шаров. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что вынуты шары разных цветов?
3. В коробке лежат 10 деталей, среди которых 4 легче остальных. Случайным образом на 6 из них сделали напыление. Какова вероятность того, что вынутая из коробки деталь окажется легкой без напыления?
4. В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вытянутых цветков окажется по крайней мере одна гвоздика?
5. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Какова вероятность того, что после четырех выстрелов мишень будет поражена хотя бы двумя пулями?
6. Среди 10 деталей 4 бракованных. Наугад вынимают 3 детали. Какова вероятность того, что среди вытянутых деталей две окажутся бракованными?

Вариант 2

1. В вазе лежат 7 яблок и 4 груши. Не глядя из вазы последовательно берут 2 фрукта, не возвращая их обратно. Какова вероятность того, что вторым извлечено яблоко, при условии, что первой была извлечена груша?
2. В ящике лежат 15 красных и 5 синих шаров. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара оказались красными?
3. В коробке лежат 10 деталей, среди которых 3 легче остальных. Случайным образом на 7 из них сделали напыление. Какова вероятность того, что вынутая из коробки деталь окажется тяжелой с напылением?

4. В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вытянутых цветков окажется по крайней мере один нарцисс?
5. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Какова вероятность того, что после пяти выстрелов мишень будет поражена хотя бы четырьмя пулями?
6. Среди 12 деталей 5 бракованных. Наугад вынимают 3 детали. Какова вероятность того, что среди вытянутых деталей две окажутся бракованными?

Контрольная работа №9

Метод координат в пространстве. Движения

Вариант 1

1. Даны векторы $a\{1; -2; 0\}$, $b\{3; -6; 0\}$, $c\{0; -3; 4\}$. Найдите координаты вектора $p = 2a - b/3 - c$.
2. Найдите угол между прямыми АВ и CD, если $A(6; -4; 8)$, $B(8; -2; 4)$, $C(12; -6; 4)$, $D(14; -6; 2)$.
3. Дан куб $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$. Найдите угол φ между векторами AD_1 и BM , где M – середина ребра DD_1 .

Вариант 2

1. Даны векторы $a = 2i - 3j + k$ и $b = 4i - 2k$, где i, j, k – единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов a и b .
2. Найдите угол между прямыми MN и EF, если $M(1; 1; 0)$, $N(3; -1; 0)$, $E(4; -1; 2)$, $F(0; 1; 0)$.
3. Даны координаты вершин тетраэдра MABC: $M(2; 5; 7)$, $A(1; -3; 2)$, $B(2; 3; 7)$, $C(3; 6; 0)$. Найдите расстояние от точки K до точки O, где K – середина ребра AM, O – середина ребра BC.

Контрольная работа №10

Комплексные числа

Вариант 1

1. Вычислить:
 - 1) $(3 - 2i)(4 + i) - (7 - 5i)$
 - 2) $\frac{1+i}{2-3i} + \left(\frac{3}{5} - i\right) : 2,6$
2. Выполнить действия $i^5 + i^3 + i^2$ и результат представить в тригонометрической форме
3. Представить в тригонометрической форме число:
 - 1) 5
 - 2) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$
4. Выполнить действия:

- 1) $2(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}) * 3(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$
- 2) $\frac{\sqrt{14}(\cos 18^\circ + i\sin 18^\circ)}{\sqrt{7}(\cos 36^\circ + i\sin 36^\circ)}$
5. Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:
 - 1) $|z| = 2$
 - 2) $|z - 1| < 3$
6. Решить уравнение:
 - 1) $z^2 - 4z + 7 = 0$
 - 2) $z^3 = -27$

Вариант 2

1. Вычислить:
 - 1) $(4 - 5i) - (2 + i)(1 - 3i)$
 - 2) $\frac{2-i}{1+3i} - (\frac{3}{5} - \frac{1}{2}i) * 1,4$
2. Выполнить действия $i^4 + i^5 + i^3$ и результат представить в тригонометрической форме
3. Представить в тригонометрической форме число:
 - 1) -3
 - 2) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$
4. Выполнить действия:
 - 1) $\sqrt{2}(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}) * \sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$
 - 2) $\frac{3(\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)}{5(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ)}$
5. Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:
 - 3) $|z| = 5$
 - 4) $|z + 2| < 2$
6. Решить уравнение:
 - 3) $z^2 - 2z + 6 = 0$
 - 4) $z^4 = 8i$

Контрольная работа №8

Вариант 1

1. Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению $x^2 + 4y^2 - 6x + 20y + 25 = 0$
2. Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству $|x + 1| + |y| \leq 2$
3. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ (x + y + 2)(y - x + 2) \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти все значения a , при которых система уравнений имеет ровно два решения

$$\begin{cases} |x| + 2|y| + |2x - 3y| = 12, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению $9x^2 + y^2 - 12x + 4y - 8 = 0$
2. Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству $|x| + |y - 1| \leq 2$
3. Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + y^2 \leq 4, \\ (x + y - 1)(y - x + 1) \leq 0 \end{cases}$$

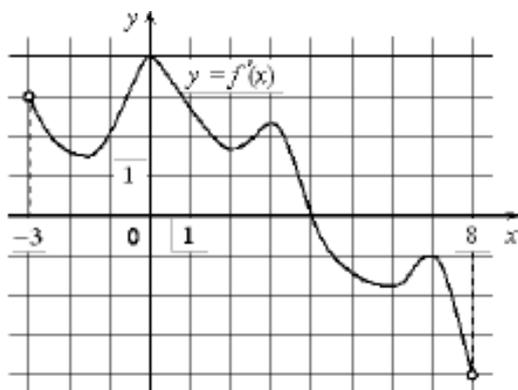
4. Найти все значения a , при которых система уравнений имеет ровно два решения

$$\begin{cases} 3|x| + |y| + |x + 3y| = 11, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

Контрольная работа №11 (итоговая по алгебре и началам математического анализа)

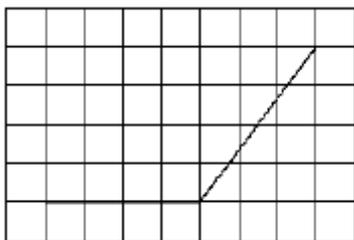
Вариант 1

1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
2. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?
3. На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



4. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 4x^2 + 4x + 17$.

5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён угол. Найдите синус этого угла



6. Решить уравнение:

а) $(2x+3)^2 = (2x+9)^2$

б) $\sqrt[3]{x+3} = 5$

7. Найдите значение выражения

$$\log_3 121,5 - \log_3 1,5$$

8. Найти $\sin \alpha$, если

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{91}}{10}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right)$$

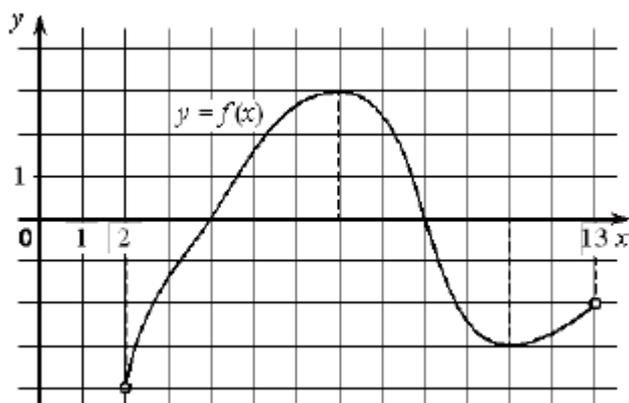
9. а) Решите уравнение

$$(36^{\sin x})^{\cos x} = 6^{\sqrt{2} \sin x}$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 7\pi/2]$.

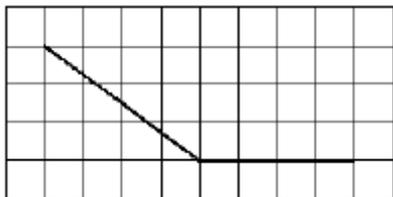
Вариант 2

- Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
- На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?
- На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(2; 13)$. Найдите точку из отрезка $[8; 12]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



4. Найдите наименьшее значение функции $y = 11 + 48x - x^3$ на отрезке $[-4; 4]$.

5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите косинус этого угла.



6. Решить уравнение:

а) $x^2 - 9 = (x + 3)^2$

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 8^x$

7. Найдите значение выражения

$$\log_4 44 - \log_4 2,75$$

8. Найти $\cos \alpha$, если

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$$

9. а) Решите уравнение

$$25^{x-\frac{3}{2}} - 12 \cdot 5^{x-2} + 7 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(2; 8/3)$.

Контрольная работа №12

(итоговая по геометрии)

Вариант 1

1. Образующая конуса равна 10 см, а радиус основания – 6 см. Найдите объем конуса.
2. Объем шара $\frac{32}{3}\pi$ см³. Найдите радиус шара.
3. Сторона основания правильной четырехугольной призмы 5 см, а боковое ребро 12 см. Вычислите объем призмы.
4. Осевое сечение цилиндра – квадрат со стороной 6 см. Найдите объем цилиндра.

5. Осевое сечение конуса – равносторонний треугольник со стороной 6 см. Найдите объем конуса.
6. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 17 см, а один из катетов – 16 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.
7. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 12 см и наклонена к плоскости его основания под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 2

1. Образующая конуса равна 13 см, а высота – 12 см. Найдите объем конуса.
2. Площадь поверхности шара равна 144π см². Найдите объем данного шара.
3. Сторона основания правильной треугольной призмы 6 см, а боковое ребро 10 см. Вычислите объем призмы.
4. Осевое сечение цилиндра – квадрат со стороной 8 см. Найдите объем цилиндра.
5. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90° . Вычислите объем конуса, деленный на π .
6. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 13 см, а один из катетов равен 24 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.
7. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $24\sqrt{3}$ см и наклонена к плоскости его основания под углом 30° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.